УДК 519.2

Бенгина Т. А., кандидат технических наук,
Доцент кафедры «Высшая математика и информатика»
Самарский государственный технический университет,
Россия, г. Самара

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В ЭКОНОМИКЕ

Аннотация. В статье рассмотрены вопросы практического применения элементов теории вероятностей для решения задач экономики. Представлены примеры реализации схемы Бернулли, формулы полной вероятности. Проведена оценка вероятности с помощью неравенства Маркова.

Ключевые слова. Вероятность, задачи экономики, формула Бернулли, формула полной вероятности, неравенство Маркова.

Bengina T. A., candidate of technical Sciences,
Associate Professor of the chair "Higher mathematics and Informatics»
Samara state technical University,
Russia, Samara

THE USE OF PROBABILITY THEORY IN ECONOMICS

Annotation. The article deals with the practical application of the elements of probability theory to solve the problems of the economy. Examples of implementation of the scheme of Bernoulli, formula of total probability. The estimation of probability by means of Markov's inequality is carried out.

Keyword. Probability, problems of the economy, the Bernoulli formula, the formula of total probability, the Markov inequality

В экономике, как и вообще в повседневной жизни, часто приходится сталкиваться с такими явлениями и событиями, исход которых сложно предсказать. Нельзя заранее узнать, например, объем продаж, так как имеется много факторов, оказывающих на это влияние. Но оценить вероятные объемы на основе опытных данных и спрогнозировать свою деятельность возможно.

В экономических задачах часто встречаются ситуации, когда решение проблемы укладывается в схему последовательных независимых испытаний, называемую схемой испытаний

Бернулли. Испытания Бернулли – это независимые эксперименты с двумя исходами и с вероятностью успеха, не меняющиеся от испытания к испытанию. Если вероятность p наступления события в каждом испытании постоянна, то вероятность $P_n(m)$ того, что событие A наступит m раз в n независимых испытаниях равна

$$P_n(m) = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}, \quad \text{где} \quad q = 1 - p. \qquad (1)$$

Задача. Каждый четвертый клиент банка приходит в банк для снятия со своего счета процентов с вложенной суммы. В настоящий момент в кассе банка имеется очередь из 5 человек. Какова вероятность того, что только двое из них будут снимать проценты со вклада?

Решение. По условию задачи:

$$n = 5, \qquad m = 2, \qquad p = \frac{1}{4}; \qquad q = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4},$$

тогда $P_5(2) = C_5^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{5!}{2!\cdot 3!} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{27}{64} = \frac{4\cdot 5\cdot 27}{2\cdot 16\cdot 64} \approx 0{,}26.$

Ответ: 0,26.

В практических задачах иногда рассматриваются события, которые могут произойти лишь при появлении ещё какого-либо события из определенной группы.

Вероятность события A, которое может наступить лишь при появлении одного из несовместных событий (гипотез) $H_1, H_2, \ldots, H_n$, образующих полную группу, равна сумме произведений вероятностей каждой из гипотез на соответствующую условную вероятность события A:

$$P(A) = P(H_1) \cdot P_{H_1}(A) + P(H_2) \cdot P_{H_2}(A) + \ldots + P(H_n) \cdot P_{H_n}(A), \qquad (1.7.2)$$

где $P(H_1) + P(H_2) + \ldots + P(H_n) = 1.$

Задача. Статистика запросов кредитов в банке такова: 10% - государственные органы, 30% - другие банки, остальные – физические лица. Вероятности невозврата взятого кредита соответственно таковы: 0,01; 0,05 и 0,2. Найти вероятность очередного запроса на кредит.

Решение. Пусть событие A – поступление очередного запроса на кредит. Гипотезы:

H_1 – запрос поступает от государственных органов;

H_2 – запрос поступает от банков;

H_3 – запрос поступает от физического лица.

По условию задачи:

$$P(H_1) = 0{,}1; \quad P(H_2) = 0{,}3; \quad P(H_3) = 1 - 0{,}1 - 0{,}3 = 0{,}6.$$

Вероятности не возврата взятого кредита:

$$P_{H_1}(A) = 0{,}01; \quad P_{H_2}(A) = 0{,}05; \quad P_{H_3}(A) = 0{,}2.$$

Тогда вероятность очередного запроса на кредит равна:

$$P(A) = P(H_1) \cdot P_{H_1}(A) + P(H_2) \cdot P_{H_2}(A) + P(H_3) \cdot P_{H_3}(A) =$$
$$= 0{,}1 \cdot 0{,}01 + 0{,}3 \cdot 0{,}05 + 0{,}6 \cdot 0{,}2 = 0{,}136.$$

Ответ: 0,136.

В некоторых задачах экономического содержания требуется оценить определенную величину по отношению к средней характеристике. Неравенство Маркова в теории вероятностей даёт оценку вероятности того, что случайная величина превзойдет по модулю фиксированную положительную константу

$$P(|x| \geq \alpha) \leq \frac{M(x)}{\alpha}, \tag{1.7.4}$$

$M(x)$ – математическое ожидание.

Задача 42. Вероятность того, что клиент, подошедший к банкомату, снимет с банковской карточки сумму, превосходящую 5000 рублей, оказалась меньше 0,6. С помощью неравенства Маркова оценить сумму денег, которую в среднем снимает клиент банкомата за один раз.

Решение. $\alpha = 5000, \ \ p = 0{,}6.$

$$P(|x| \geq \alpha) \leq \frac{M(x)}{\alpha},$$

$$\frac{M(x)}{5000} = 0{,}6.$$

$$M(x) = 3000\,(руб).$$

Ответ: 3000 рублей.

Использованные источники:

1. В.П. Кирлица. Финансовая математика: рук к решению задач: учебное пособие- Мн.: ТетраСистемс , 2005.-192 с.
2. Высшая математика для экономистов. Под ред. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ, 2007.- 439 с.
3. М.С.Красс, Б.П. Чупрырнов. Математика для экономистов. СПб. Питер, 2004. – 464 с.
4. Практикум по высшей математике для экономистов: учеб. Пособие для вузов/ Кремер Н. Ш., Тришин И. М. и др.; Под ред. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. 423 с.
5. Т.А.Бенгина, О.В.Брезина. Методические указания по курсу «Математическая статистика», часть 1: Метод.указ./Самар. Гос.техн.ун-т, Самара, 2005, 29 с.
6. М.А.Евдокимов, Л.Н.Смирнова, Т.А. Бенгина, В.Н. Маклаков, О.С.Самойлова. Применение математики в экономике: учебное пособие- Самар. Гос.техн.ун-т, Самара, 2012, 114 с.