

УДК 004.942

*Курмашев А.Р.*

*Студент 1-го курса магистратуры*

*КНИТУ КАИ им. А.Н.Туполева*

*Россия, г. Казань*

*Научный руководитель: Файзутдинов Р. Н.*

*доцент кафедры автоматике и управления, кандидат технических наук*

**МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ  
КОНЦЕНТРАЦИЙ ГЛЮКОЗЫ, ВОДЫ И МЕЛАНИНА В КРОВИ  
ПУТЕМ АППРОКСИМАЦИИ КРИВЫХ СПЕКТРА ПОГЛОЩЕНИЯ  
НА БЛИЖНЕМ ИК ДИАПАЗОНЕ.**

*АННОТАЦИЯ: В статье рассмотрены методы математического моделирования динамики концентраций основных хромофоров крови. Произведен подбор оптимальных аппроксимирующих полиномов. Проведено моделирование изменения концентраций хромофоров, вычислена погрешность.*

*КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: сахарный диабет, кривые спектров поглощения, хромофоры крови, математическое моделирование, динамика концентраций, аппроксимация*

*Kurmashev A. R.*

*Student, the first year of Master's Degree program*

*KNRTU named after A. N. Tupolev – KAI*

*Russia, Kazan*

*Supervisor: Fayzutdinov R. N.*

*Associate Professor of the Department of Automation and Control, Candidate of  
Technical Sciences*

**THE MATHEMATICAL MODELING METHODS OF THE DYNAMICS  
OF CONCENTRATIONS OF GLUCOSE, WATER AND MELANIN IN  
THE BLOOD BY APPROXIMATING THE ABSORPTION SPECTRUM  
CURVES IN THE NEAR-IR RANGE.**

*ANNOTATION: The methods of mathematical modeling of the dynamics of the concentrations of the main blood chromophores are considered in the article. The selection of optimal approximating polynomials is carried out. Modeling of chromophores concentration changes has been carried out, an error has been calculated.*

*KEY WORDS: sugar diabetes, curves of absorption spectrum, blood chromophores, mathematical modeling, dynamics of concentrations, approximation*

1. Теоретическая часть

Важнейшей процедурой при терапии сахарного диабета является измерение глюкозы в крови. Описываемые ниже математические подходы к моделированию динамики концентрации глюкозы в крови востребованы для ряда неинвазивных глюкометров с целью более увеличения точности измерений при соответствующей калибровке.

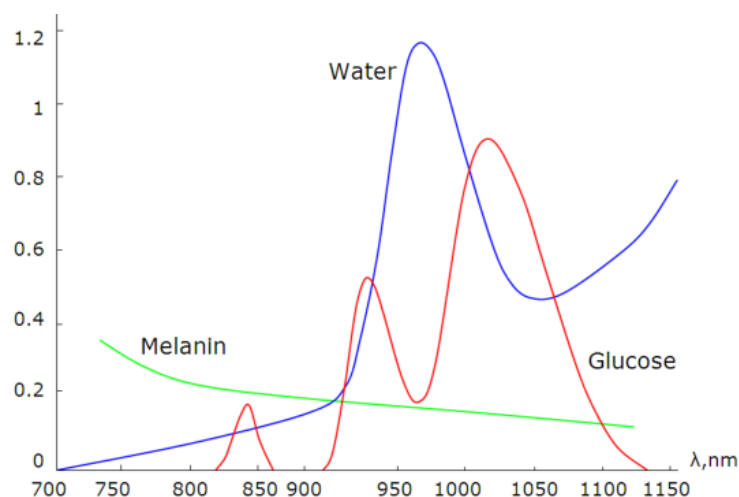


Рисунок 1 – Графики спектров поглощения воды, меланина, глюкозы<sup>1</sup>

Кривая спектра поглощения глюкозы приходится на средний и ближний инфракрасный диапазоны. Однако, на этих же диапазонах вклад в поглощение излучения также вносится и другими веществами и соединениями. Следовательно, так называемых «окон прозрачности», специфических для глюкозы, нет. Исходя из этих данных, будет справедлив следующий вывод, что для учета вклада в поглощение излучения всеми основными хромофорами крови необходимо провести анализ весь диапазон спектра поглощения самой крови в целом. Сложность задачи заключается в том, как дифференцировать концентрацию конкретного вещества, вносящего свой вклад в поглощение света наряду с рядом других соединений. При решении подобного рода задач крайне практичным является применение многомерного анализа данных в медицинской практике. Издание «The Institute» (IEEE) за декабрь 2009 года приводит в качестве примера раннюю диагностику рака при помощи таких математических методов<sup>2</sup>. До недавнего времени применение спектроскопии в оптической зоне и ближней ИК зоне было очень

<sup>1</sup> Термоспектроскопический неинвазивный измеритель концентрации глюкозы в цельной крови человека. Кривенко С.С.\*, Пулавский А.А., Литвин С.А., Меланка В.Е. Научно-производственный комплекс «Биопроминь».

<sup>2</sup> The Institute, IEEE, Vol. 33, No. 4, December 2009

ограничено. Это вызвано тем, что крайне сложно анализировать спектры этого диапазона по сравнению с диапазонами средней и дальней ИК областей<sup>3</sup>. Многомерный спектральный анализ позволяет решить эту задачу. Основой этого анализа являются хемометрические методы. Они представляют собой прикладные решения, основанные на преобразовании Карунена-Лоева, известного в хемометрике как метод главных компонент (Principle Component Analysis, PCA)<sup>4</sup>. Особенностью такого преобразования является декорреляция любых коллинеарных данных. Помимо всего прочего, выходные величины этого преобразования концентрируют в себе максимум энергии сигнала, что крайне важно при поиске латентных зависимостей.

## 2. Подбор аппроксимационных полиномов для воды, глюкозы, меланина

### 2.1 Подбор аппроксимационного полинома для воды

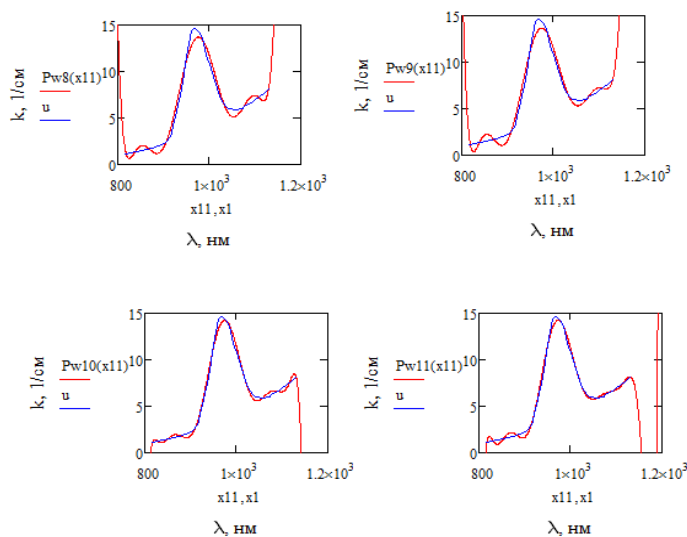


Рисунок 2 – Кривые полиномов 8,9,10,11-й степеней на фоне экспериментальных данных воды

<sup>3</sup> T. Næs, T. Isaksson, T. Fearn and T. Davies, A User-Friendly Guide to Multivariate Calibration and Classification. NIR Publications, Chichester, UK, 2002, 344 p

<sup>4</sup> A. K. Jain, Fundamentals of Digital Image Processing, Prentice-Hall International, Inc., 1989.

Как видно из предоставленных графиков кривая спектра поглощения воды наилучшим образом описывается полиномом 11-ой степени.

## 2.2 Подбор аппроксимационного полинома для глюкозы

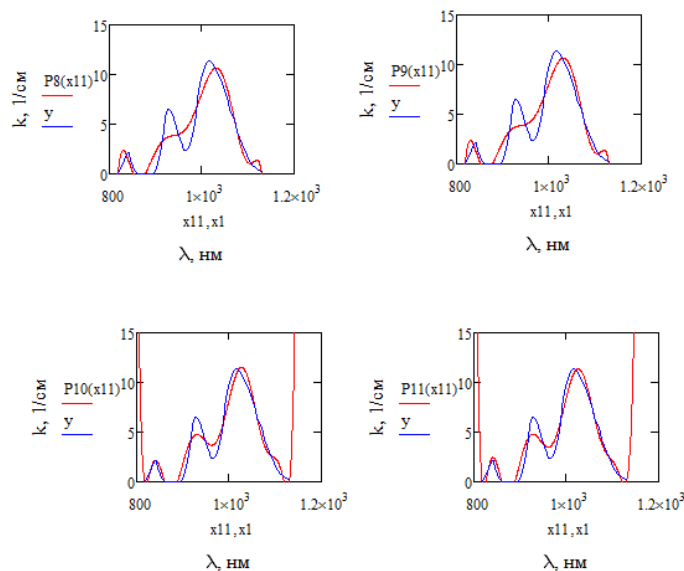


Рисунок 3 – Кривые полиномов 8,9,10,11-й степеней на фоне экспериментальных данных глюкозы

Как видно из предоставленных графиков кривая спектра поглощения глюкозы наилучшим образом описывается полиномом 11-ой степени.

## 2.3 Подбор аппроксимационного полинома для меланина

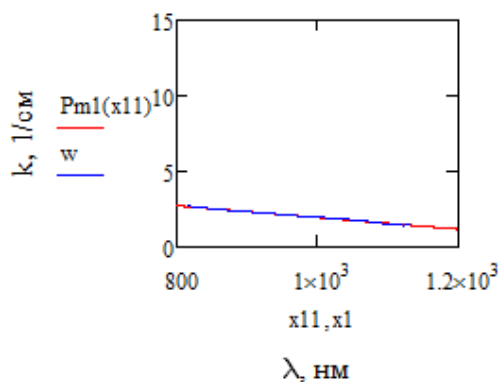


Рисунок 4 – Кривая полинома 1-й степени на фоне экспериментальных данных меланина

Как видно из предоставленного графика кривая спектра поглощения мена лан наилучшим образом описывается полиномом 1-ой степени.

### 3. Моделирование динамики концентраций глюкозы, воды и меланина

$$sp00(x11, q) := q \cdot P11(x11) + Pw11(x11) + Pm1(x11)$$

$$sp10(x11, q) := q \cdot P11(x11) + 1.2Pw11(x11) + Pm1(x11)$$

$$sp20(x11, q) := q \cdot P11(x11) + Pw11(x11) + 1.2Pm1(x11)$$

$$sp30(x11, q) := q \cdot P11(x11) + 1.2Pw11(x11) + 1.2Pm1(x11)$$

$$sp40(x11, q) := q \cdot P11(x11) + 0.8Pw11(x11) + Pm1(x11)$$

$$sp50(x11, q) := q \cdot P11(x11) + Pw11(x11) + 0.8Pm1(x11)$$

$$sp60(x11, q) := q \cdot P11(x11) + 0.8Pw11(x11) + 0.8Pm1(x11)$$

$$sp70(x11, q) := q \cdot P11(x11) + 1.2Pw11(x11) + 0.8Pm1(x11)$$

$$sp80(x11, q) := q \cdot P11(x11) + 0.8Pw11(x11) + 1.2Pm1(x11)$$

$$q := (0.5, 0.51.. 1.5)$$

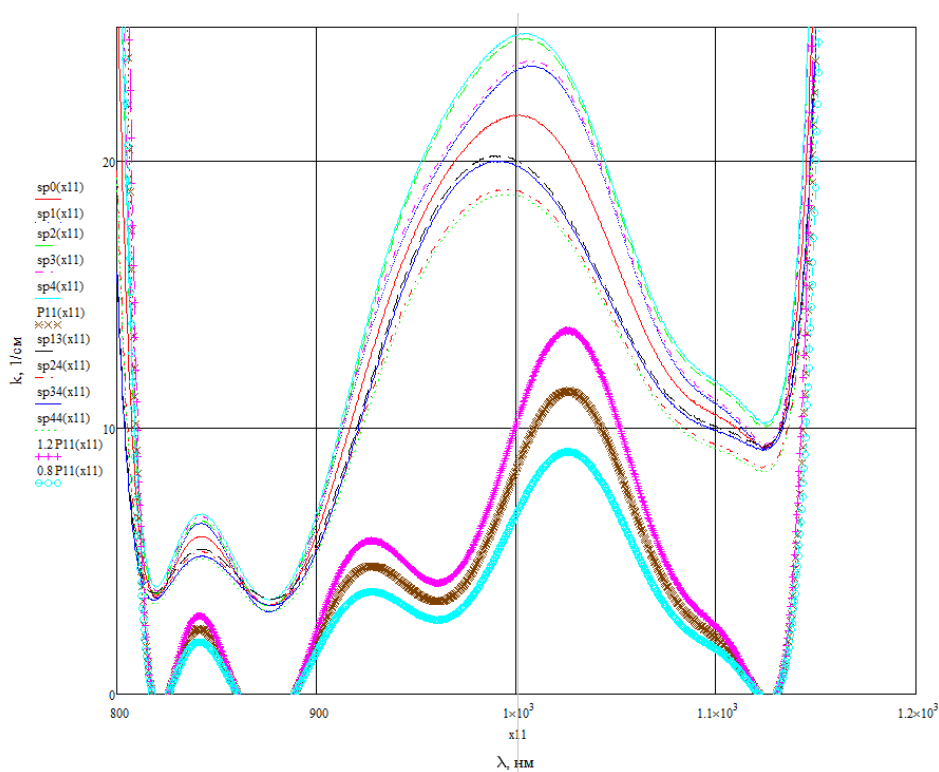


Рисунок 5 – Семейство полиномиальных кривых, имитирующее динамику концентраций глюкозы на  $\pm 50$  , а воды и меланина на  $\pm 20\%$

4. Расчет погрешности концентрации глюкозы на длинах волн зондирования

Расчет погрешности концентрации глюкозы

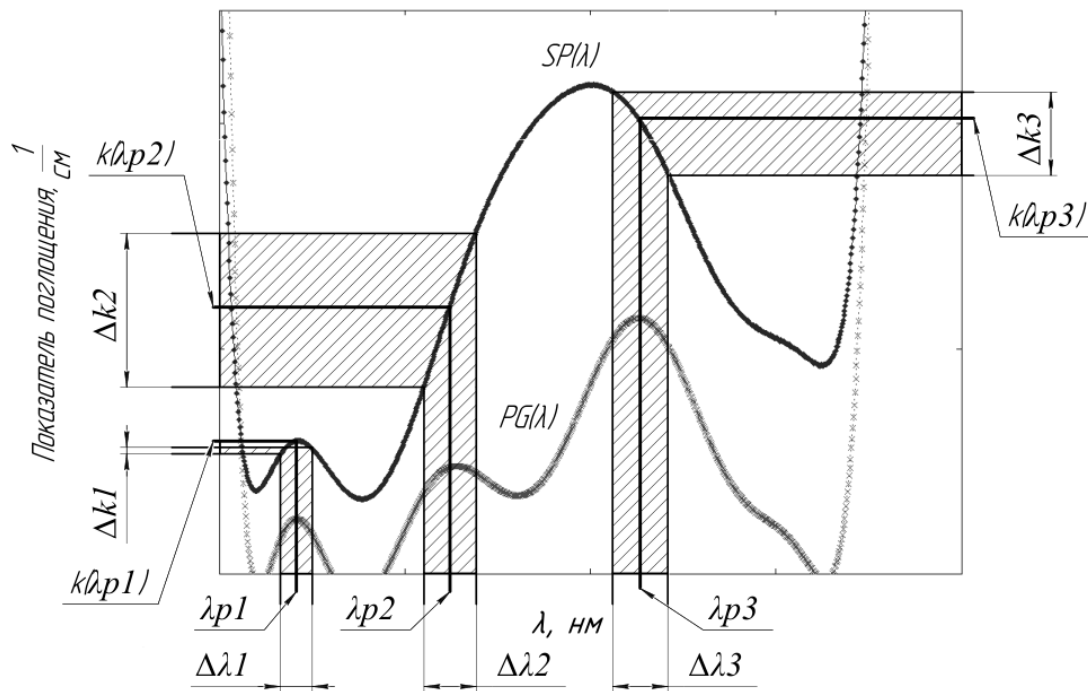


Рисунок 6 – Возникновение погрешности вследствие отклонения излучения светодиодов от строгой монохроматичности.

$$c0 := \frac{\sum_{q=1}^{100} \frac{|sp00(835, q) - sp00(845, q)|}{sp00(840, q)}}{100} = 0.135$$

$$c2 := \frac{\sum_{q=1}^{100} \frac{|sp20(835, q) - sp20(845, q)|}{sp20(840, q)}}{100} = 0.134$$

$$c1 := \frac{\sum_{q=1}^{100} \frac{|sp10(835, q) - sp10(845, q)|}{sp10(840, q)}}{100} = 0.135$$

$$c3 := \frac{\sum_{q=1}^{100} \frac{|sp30(835, q) - sp30(845, q)|}{sp30(840, q)}}{100} = 0.134$$

$$c4 := \frac{\sum_{q=1}^{100} \frac{|sp40(835, q) - sp40(845, q)|}{sp40(840, q)}}{100} = 0.135$$

$$c6 := \frac{\sum_{q=1}^{100} \frac{|sp60(835, q) - sp60(845, q)|}{sp60(840, q)}}{100} = 0.137$$

$$c5 := \frac{\sum_{q=1}^{100} \frac{|sp50(835, q) - sp50(845, q)|}{sp50(840, q)}}{100} = 0.136$$

$$c7 := \frac{\sum_{q=1}^{100} \frac{|sp70(835, q) - sp70(845, q)|}{sp70(840, q)}}{100} = 0.136$$

$$c8 := \frac{\sum_{q=1}^{100} \frac{|sp80(835, q) - sp80(845, q)|}{sp80(840, q)}}{100} = 0.134$$

$$c9 := \frac{\sum_{q=1}^{100} \frac{|sp10(835, q) - sp10(845, q)|}{sp10(840, q)}}{100} = 0.135$$

$$cc0 := \frac{(c0 + c1 + c2 + c3 + c4 + c5 + c6 + c7 + c8)}{9} = 0.135$$

Рисунок 7 – Расчет погрешности концентрации глюкозы на длине в программе MathCad15



## 5. Заключение

С учетом составленной математической модели были подобраны оптимальные полиномы, аппроксимирующие графики спектров поглощения глюкозы, воды, меланина. На основе этих данных произведено моделирование динамики концентраций глюкозы на  $\pm 50\%$ , а воды и меланина на  $\pm 20\%$ , исходя из чего, вычислена погрешность измерения глюкозы, которая составила 13.5%, что не превышает допустимой погрешности в 20%, согласно ISO15197<sup>5</sup>.

## ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Термоспектроскопический неинвазивный измеритель концентрации глюкозы в цельной крови человека. Кривенко С.С.\*, Пулавский А.А., Литвин С.А., Меланка В.Е. Научно-производственный комплекс «Биопроминь».
2. The Institute, IEEE, Vol. 33, No. 4, December 2009
3. T. Næs, T. Isaksson, T. Fearn and T. Davies, A User-Friendly Guide to Multivariate Calibration and Classification. NIR Publications, Chichester, UK, 2002, 344 p.
4. A. K. Jain, Fundamentals of Digital Image Processing, Prentice-Hall International, Inc., 1989.
5. ГОСТ Р ИСО15197—2015

---

<sup>5</sup> ГОСТ Р ИСО15197—2015