

УДК 621.01

*Шамутдинов А.Х., кандидат технических наук, профессор РАЕ,
доцент кафедры 13 «Техническая механика»*

Леонов Д.И., курсант гр. А-231

Омский автобронетанковый инженерный институт

Россия, г. Омск

ИССЛЕДОВАНИЕ ЖЕСТКОСТИ И СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ ПЛАТФОРМЫ МАНИПУЛЯТОРА

Аннотация: рассмотрено схемное решение оригинального манипулятора и, на основе теории контактных напряжений и деформаций, рассчитана приведенная жесткость данной модели. Кроме этого, приведён расчет собственных частот колебаний данной системы.

Ключевые слова: контактные напряжения, модуль упругости Юнга, сближение тел, приведенная жесткость, собственная частота колебаний.

Shamutdinov A.H., Ph.D., professor RAE,

Associate Professor of the Department of 13 «Technical Mechanics»

Leonov D.I., cadet gr. A-231

Omsk Automobile Armored Engineering Institute,

Russia, Omsk

STUDY OF HARDNESS AND OWN FREQUENCY OF VIBRATIONS OF A MANIPULATOR PLATFORM

Abstract: The circuit solution of the original manipulator is considered and, based on the theory of contact stresses and deformations, the reduced stiffness of this model is calculated. Besides, shown calculation of eigenfrequencies of the system.

Key words: contact stresses, Young's modulus of elasticity, the convergence of telephone, the reduced stiffness, natural frequency of oscillation.

Выделим из общей схемы пространственного механизма оригинальную часть, реализующую угловые движения вокруг осей X и Y и поступательное перемещение вдоль оси Z за счет сложения двух встречных

вращений [1, с.248]. Традиционные три связи (две поступательных и одно вращение) опустим, поскольку они реализованы в серийном оборудовании и их жесткость достаточно известна (рис. 1).

Наиболее неблагоприятное нагружение связей будет, если исключить из расчетной схемы, параллельно действующие элементы, образуемые приводными устройствами а, b и с. Поэтому основу жесткости конструкции будет составлять жесткость их соединений, а именно сдвоенные шарниры.

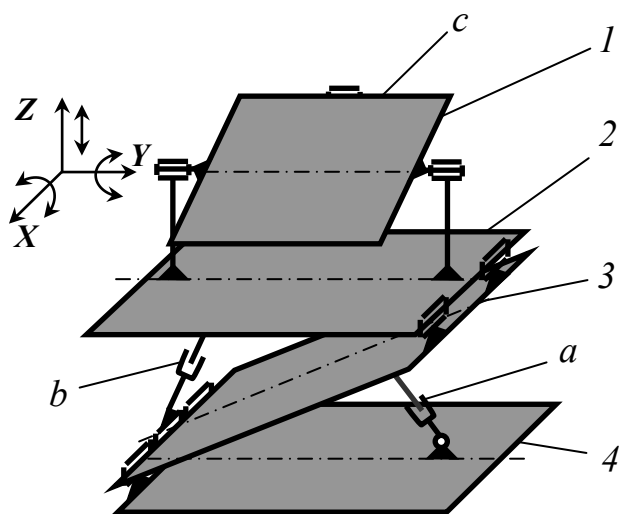


Рис. 1. Расчетная схема оригинальной части пространственного манипулятора: 1- установочное звено (рабочий стол); 2- опорно-поворотное устройство; 3- наклонная платформа; 4- поворотный стол; а, b, c- приводные устройства (ШВП, гидроцилиндры)

Для решения поставленной задачи используем зависимости, приведенные в [2, с.632]. При взаимном сжатии равномерно распределенной нагрузкой q двух цилиндров, соприкасающихся параллельными образующими (рис. 2). При $E_1 = E_2 = E$ полуширина полосы контакта b , учитывая, что $q = P/l$, будет:

$$b = 1,522 \cdot \sqrt{\frac{P}{l \cdot E} \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1}}, \quad (1)$$

где q – распределенная нагрузка, E_1 , E_2 и R_1 , R_2 – модули упругости материалов и радиусы первого и второго цилиндров, соответственно.

Наибольшее напряжение, действующее в точках оси площадки, будет:

$$\sigma_{\max} = 0,418 \cdot \sqrt{\frac{P \cdot E}{l} \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1 \cdot R_2}} \quad (2)$$

Приведенные выше формулы получены при значении коэффициента Пуассона $\mu=0,3$.

Сближение соприкасающихся тел, т.е. цилиндров определяется по формуле:

$$\Delta = 1,82 \cdot \frac{P}{l \cdot E} \cdot (1 - \ln b) \quad (3)$$

Из выражения (2) видно, что при малой разности $(R_2 - R_1)$, т.е. когда $(R_2 - R_1) \rightarrow 0$ будет:

- 1) из выражения (1): $b \rightarrow \infty$;
- 2) из выражения (2): $\sigma_{\max} \rightarrow 0$.

Это говорит о том, что если контакт между цилиндрами будет полным, зазоры отсутствуют, наибольшие напряжения будут иметь минимальные значения.

Зная усилие P на цилиндры и их сближение Δ , можно рассчитать жесткость данного сопряжения:

Тогда $c = \frac{P}{\Delta} = \frac{P}{1,82 \cdot \frac{P}{lE} \cdot [1 - \ln b]} = \frac{lE}{1,82[1 - \ln b]}$ или окончательно:

$$c = \frac{lE}{1,82[1 - \ln \left(1,522 \sqrt{\frac{P}{lE} \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1}} \right)]} \quad (4)$$

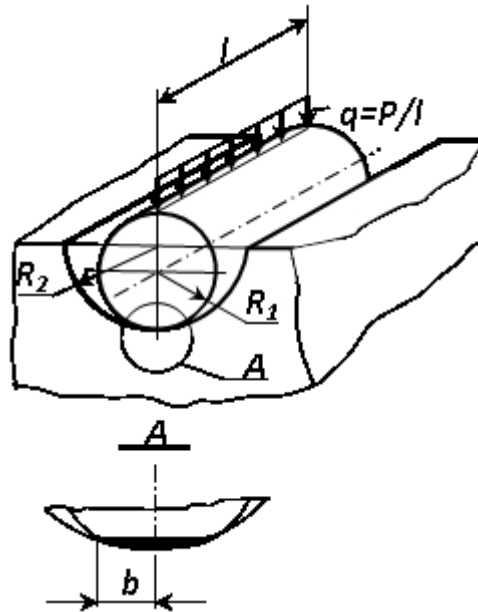


Рис. 2. Контакт цилиндра с цилиндрической впадиной

Рассчитаем коэффициенты жесткости при следующих параметрах модели:

$l = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$; $R_1 = 4,9 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $R_2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; Усилие P будем варьировать: $P_1 = 10^2 \text{ Н}$, $P_2 = 10^3 \text{ Н}$, $P_3 = 10^4 \text{ Н}$, $P_5 = 10^5 \text{ Н}$, $P_6 = 10^6 \text{ Н}$.

Расчеты приводят к следующим значениям:

$$c_1 = 5,236 \cdot 10^8 \text{ Н/м}, c_2 = 5,881 \cdot 10^8 \text{ Н/м}, c_3 = 6,708 \cdot 10^8 \text{ Н/м}, c_4 = 7,805 \cdot 10^8 \text{ Н/м},$$

$$c_5 = 9,331 \cdot 10^8 \text{ Н/м} \quad (5)$$

Кроме того, надо учесть, что в предлагаемом схемном решении такие сопряжения (их 3 ед.) соединены последовательно, поэтому надо перевести жесткость в податливость и определить её приведённое значение:

откуда находим:
$$c_{np} = \frac{c_1 \cdot c_2 \cdot c_3}{c_1 \cdot c_2 + c_1 \cdot c_3 + c_2 \cdot c_3} \quad (6)$$

Для упрощения принимаем $c = c_1 = c_2 = c_3$, тогда формула (6) переписывается как:

$$c_{np} = \frac{c}{3} \quad (7)$$

Используя расчетные значения жесткости (5):

$$(c_{min} \dots c_{max}) = (5,236 \cdot 10^8 \dots 9,331 \cdot 10^8) \text{ Н/м}$$

по формуле (7) находим:

$$(c_{np.min} \dots c_{np.max}) = (1,745 \cdot 10^8 \dots 3,110 \cdot 10^8) \text{ Н/м}$$

В [3, с.193] показано, что жесткость суппортов станков средних размеров составляет (30...100) Н/мкм или $c_{супп. ст.} = (3 \cdot 10^7 \dots 10^8)$ Н/м.

Рассматривая схемное решение оригинального манипулятора как колебательную систему, определим качественный параметр этой системы – собственную частоту её колебаний k . Из теории колебаний [4, с.26], известно, что собственная частота k колебаний зависит только от параметров системы и определяется как:

$$k = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{c_{np}}{a}} \quad (8)$$

Здесь a – коэффициент инерции системы. В нашем случае $a=m$, c_{np} – приведенная жесткость системы, m – масса системы.

Используя, ранее рассчитанные значения, c_{np} и задавая значения массы m : $m_1=10$ кг, $m_2=20$ кг, $m_3=30$ кг, найдём собственные частоты системы, по выражению (8), сведя их в таблицу 1:

Таблица 1

$c_{np,i}$, Н/м m_i , кг	$1,745 \cdot 10^8$	$1,960 \cdot 10^8$	$2,236 \cdot 10^8$	$2,601 \cdot 10^8$	$3,110 \cdot 10^8$
10	665 Гц	705 Гц	752,6 Гц	812 Гц	888 Гц
20	470 Гц	498,2 Гц	532 Гц	574 Гц	627,6 Гц
30	384 Гц	407 Гц	434,5 Гц	469 Гц	512,4 Гц

Сравнивая полученные значения с эксплуатационными частотами технологического оборудования [5, 6] видно, что оборудование, оснащенное предлагаемым манипулятором, будет работать в дорезонансной зоне. Используя пакет программы MathCAD 15, приводим графические зависимости выражения (8) в зависимости от массы m системы и приведённой жесткости c_{np} , которые представлены на рис. 3 и рис. 4.

$$c1 := 1.74510^8 \quad c2 := 1.96010^8 \quad c3 := 2.23610^8$$

$$k(m1) := \frac{\sqrt{\frac{c1}{m1}}}{2\pi} \quad r(m1) := \frac{\sqrt{\frac{c2}{m1}}}{2\pi} \quad p(m1) := \frac{\sqrt{\frac{c3}{m1}}}{2\pi}$$

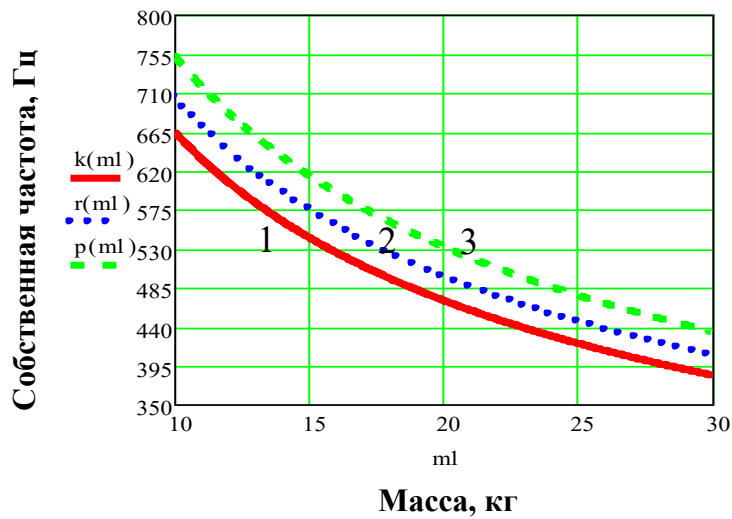


Рис. 3. Зависимость собственных частот колебаний от приведенной массы системы: кривая 1 при $c_{np}=1,745 \cdot 10^8 \text{ Н/м}$, кривая 2 при $c_{np}=1,960 \cdot 10^8 \text{ Н/м}$, кривая 3 при $c_{np}=2,236 \cdot 10^8 \text{ Н/м}$

$$m1 := 10 \quad m2 := 20 \quad m3 := 30$$

$$k(c1) := \frac{\sqrt{\frac{c1}{m1}}}{2\pi} \quad r(c1) := \frac{\sqrt{\frac{c1}{m2}}}{2\pi} \quad p(c1) := \frac{\sqrt{\frac{c1}{m3}}}{2\pi}$$

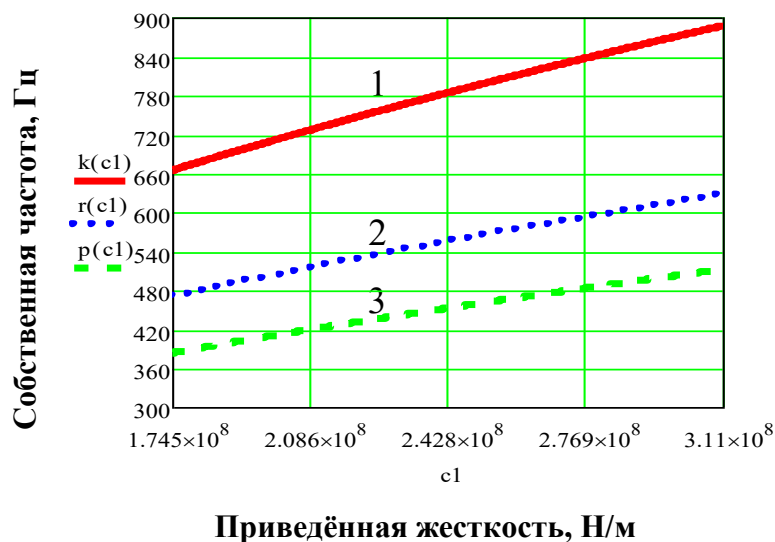


Рис. 4. Зависимость собственных частот колебаний от приведенной жесткости системы: кривая 1 при $m=10 \text{ кг}$, кривая 2 при $m=20 \text{ кг}$, кривая 3 при $m=30 \text{ кг}$

Выводы:

- 1) Результаты расчетов приведенной жесткости показали, что жесткость предложенной модели оригинального манипулятора сравнима с жесткостью суппортной группы станков средних размеров.
- 2) Диапазон собственных частот предлагаемой конструкции манипулятора выше эксплуатационных частот силового возбуждения технологического оборудования.
- 3) Предлагаемое техническое решение механизма манипулятора рекомендуется к использованию в технологических машинах машиностроительных производств.

Ссылки на источники:

1. Люкшин, В. С. Теория винтовых поверхностей в проектировании режущих инструментов / В. С. Люкшин. – М. : Машиностроение, 1967. – 372 с.
2. Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко [и др.] ; под общ. ред. Г. С. Писаренко. – Киев. : Наук. думка, 1988. – 736 с.
3. Проектирование металлорежущих станков и станочных систем: Справочник. В 3 т. Т. 1. Проектирование станков / А. С. Проников [и др.] ; под общ. ред. А. С. Проникова. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана; Машиностроение, 1994. – 444 с.
4. Яблонский, А. А. Курс теории колебаний / А. А. Яблонский, С.С. Норейко. – М. : Высшая школа, 1975. – 248 с.
5. Кедров, С. С. Колебания металлорежущих станков / С. С. Кедров. – М. : Машиностроение, 1978. – 199 с.
6. Кудинов, В. А. Динамика станков / В. А. Кудинов. – М. : Машиностроение, 1967. – 348 с.