УДК 007

Бурзянцева Е.Ю. студент магистратуры

2 курс, факультет «Информатики и робототехники»

Уфимский государственный авиационный технический университет

Россия, г.Уфа

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТОЙ ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Аннотация

Данная статья посвящена математическому моделированию простой гидравлической системы. Методика выполнения работы начинается с составления системы уравнений расходов потоков и давления в точках ветвления, которые в последствии решена методом математической декомпозиции. В ходе исследования построена и проанализирована информационная матрица системы уравнений. Согласно данному методу производится расчет неизвестных показателей и интерпретация полученных результатов.

Ключевые слова: моделирование, математическая модель, гидравлическая система, декомпозиция

Burzyantseva E.Yu. graduate student

2 course, faculty "Informatics and Robotics"

Ufa State Aviation Technical University

Russia, Ufa

MATHEMATICAL MODELING OF A SIMPLE HYDRAULIC SYSTEM

Annotation

This article focuses on the mathematical modeling of a simple hydraulic system. The method of performing the work begins with the compilation of a system of equations for flow rates and pressures at branch points, which were *subsequently solved by the method of mathematical decomposition. During the study, the information matrix of the system of equations was constructed and analyzed. According to this method, unknown parameters are calculated and the results obtained are interpreted.*

Keywords: modeling, mathematical model, hydraulic system, decomposition

Моделирование гидравлических систем, является важной задачей в процессе наладки сложных трубопроводов, а также при нахождении путей эффективного управления данными системами [1].

Цель исследования – смоделировать гидравлическую систему.

В качестве объекта исследования выступает математическая модель системы.

Методика выполнения работы начинается с составления системы уравнений расходов потоков и давления в точках ветвления. Для решения данной системы использован метод математической декомпозиции, позволяющий существенно снизить размерность решаемой задачи и определять все искомые переменные путем решения системы уравнений значительно меньшей размерности, чем размерность исходной системы.

Для выбора алгоритма математической декомпозиции, который позволит определить искомые переменные, необходимо построить и проанализировать информационную матрицу системы уравнений.

Гидравлическая система – это совокупность элементов, воздействующих на текучую среду таким образом, что свойства каждого элемента оказывают влияние на состояние текучей среды во всех элементах системы [2].

Гидравлическая система представлена на рисунке 1.

Данные системы включают насосы, компрессоры и другие единицы оборудования. В них наряду с жидкостью могут перемещаться потоки газа, газо- и парожидкостной смеси.

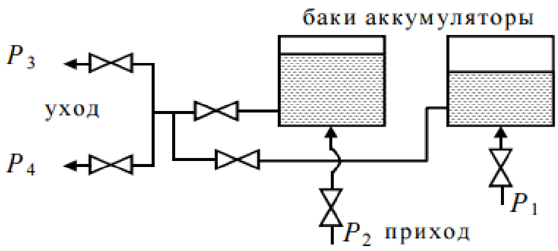

Рисунок 1 – Схематическое изображение гидравлической системы с двумя закрытыми емкостями (аккумуляторами)

Схема моделируемой гидравлической системы, представлена на рисунке 2.

На данной схеме P_1, P_2, P_3 – давления на входах; P_4, P_5, P_6 – давления на выходах, P_{11} и P_{12} – точки ветвления; K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6, K_7– коэффициенты пропускной способности сужающих устройств.

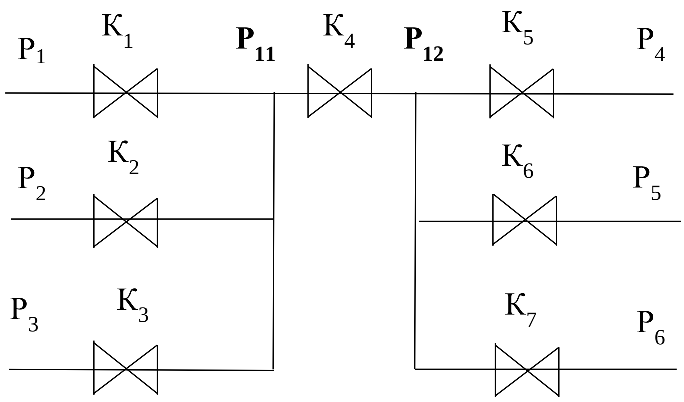

Рисунок 2 – Схема гидравлической системы

Исходные данные:

$K_1 = 0{,}7; K_2 = 0{,}4; K_3 = 0{,}8; K_4 = 1{,}5; \text{К}_5 = 2; \text{К}_6 = 1; \text{К}_6 = 1; \text{К}_7 = 2{,}1.$

$\text{P}_1 = 3;\ \text{P}_2 = 2{,}5;\ \text{P}_3 = 2;\ \text{P}_4 = 1;\ \text{P}_5 = 0{,}5;\ \text{P}_6 = 0{,}9.$

Далее была построена математическая модель.

Расход через сужающее устройство определяется уравнением:

$$U = K\sqrt{P_1 - P_2}\,, \tag{1}$$

где P_1 – давление до сужающего устройства; P_2 – давление после сужающего устройства; K – коэффициент пропускной способности сужающего устройства.

Определим уравнения расходов через сужающие устройства гидравлической системы, а также давления в точках разветвления системы:

$$U_1 = K_1\sqrt{P_1 - P_{11}}, \quad U_2 = K_2\sqrt{P_2 - P_{11}}, \quad U_3 = K_3\sqrt{P_3 - P_{11}},$$

$$U_4 = K_4\sqrt{P_{11} - P_{12}}, \quad U_5 = K_5\sqrt{P_{12} - P_4}, \quad U_6 = K_6\sqrt{P_{12} - P_{5,}}$$

$$U_7 = K_7\sqrt{P_{12} - P_{6}}.$$

Необходимо добавить 2 уравнения, чтобы система уравнений имела решение (9 переменных – 9 уравнений).

$$U_1 + U_2 + U_3 - U_4 = 0,\ \ U_4 - U_5 - U_6 - U_7 = 0.$$

Для выбора алгоритма математической декомпозиции необходимо построить и проанализировать информационную матрицу системы уравнений математического описания, которая представляет собой квадратную матрицу, строки которой соответствуют номерам уравнений, а столбцы – обозначению определяемых переменных. Информационная матрица представлена в таблице 1.

Каждая строка матрицы соответствует определённому уравнению. Каждой неизвестной переменной соответствует определённый столбец. Наличие переменной в том или ином уравнении обозначается символом на пересечении соответствующей строки с соответствующим столбцом.

Данные символы обозначают следующее:

[+] – начальное приближение;

<+> – в данном уравнении переменная определяется при известных значениях остальных переменных;

(+) – переменная косвенно определена другим уравнением.

Таблица 1 – Информационная матрица системы уравнений, описывающей стационарный режим гидравлической системы

Номер уравнения	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	P_{11}	P_{12}	Порядок решения
1	<+>							[+]		1
2		<+>						(+)		2
3			<+>					(+)		3
4				(+)				(+)	<+>	5
5					<+>				(+)	6
6						<+>			(+)	7
7							<+>		(+)	8
8	(+)	(+)	(+)	<+>						4
9				(+)	<+>	(+)	(+)			9

Если получаемое $[U_3$ (в решении 4) $-U_3$ (в решении 3)$] > \varepsilon$, то необходимо методом половинного деления (или каким-либо другим числовым методом) выбрать новое начальное приближение (для данного примера P_6). Если $U_3(4) = U_3(3)$ или $U_3(8) - U_3(3) \leq \varepsilon$, то модель определена.

На рисунке 2 представлена блок-схемы алгоритма вычислительных процессов.

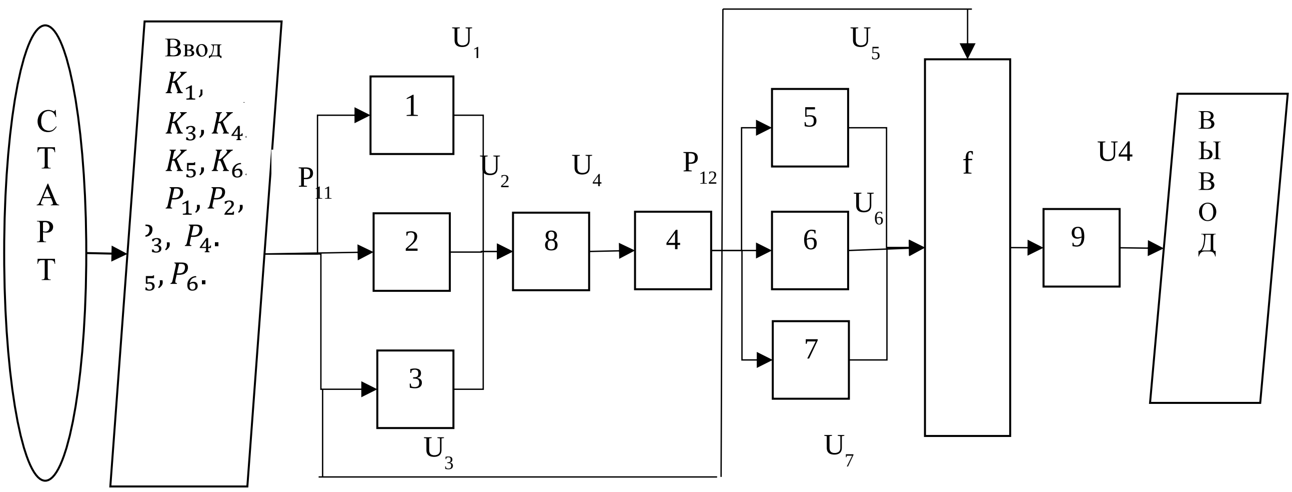

Рисунок 2 – Блок-схема алгоритма расчета гидравлической системы

Матрица уравнений была решена в математическом пакете Matlab. В результате были получены следующие параметры при заданном P_{11}=1.85.

$U_1 = 0.7507; U_2 = 0.3225; U_3 = 0.3098; U_4 = 0.3098;$

$U_5 = 0.0177; U_6 = 0.7071; U_7 = 0.6638; P_{12} = 0.9999.$

Как видно из информационной матрицы системы уравнений, параметр U_5 можно найти двумя способами. Результат, полученный по порядку решения 4 –U_5=0.0177; результат, полученный по порядку решения 8 – U_5=0.0177. Так как полученные результаты равны, можно сделать вывод о том, что модель определена.

Построим график (рисунок 3), иллюстрирующий зависимости значений полученных расходов через сужающие устройства от заданных P_{11}. В первом случае P_{11}=1.85, во втором случае P_{12}=2.

В таблице 2 представлены Значения расходов U при заданных P_{11}.

Таблица 2 – Значения расходов U при заданных P_{11}

P_{11}	P_{12}	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7
1.85	0.9999	0.7507	0.3225	0.3098	1.3830	0.0177	0.7071	0.6638
2	C	0.7	0.2828	0	0.9828	1.5109	1.0347	1.7198

На рисунках 3 и 4 представлены графики зависимостей полученных расходов через сужающие устройства от заданного P_{11}=1,85 и P_{11}=2 соответственно.

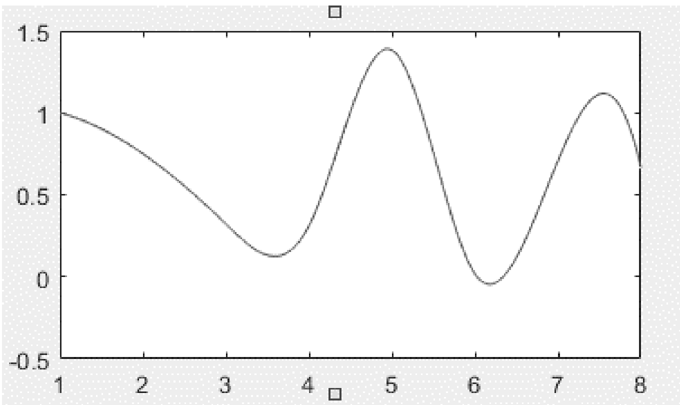

Рисунок 3 – Зависимость значения полученных расходов от P_{11}=1,85

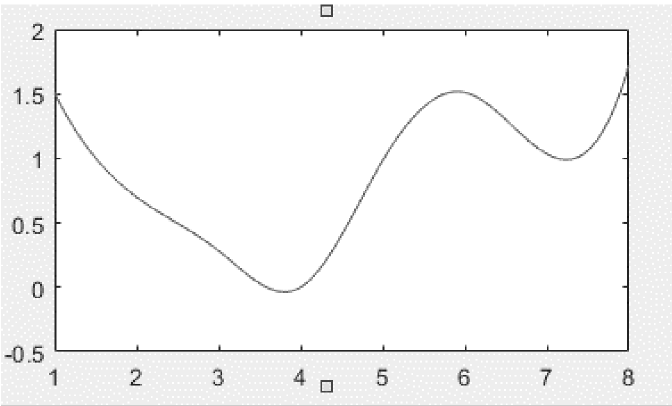

Рисунок 4 – Зависимость значения полученных расходов от P_{11}=2

В таблице 3 представлены рассчитанные U1 и U4 и при заданном P11.

Таблица 3 - Значения расходов U_1 и U_4 и при заданном P_{11}

P_{11}	U_1	U_4
0	1.2124	2.9763
1.5	0.8573	1.8230
3	0	1.0828
4.5	0.8573	2.68
6	1.2124	3.560
7.5	2.6879	4.2555
9	1.7146	4.8510

На рисунках 5 и 6 изображены соответственно графики Зависимости расходов U1 и U4 при заданном P11.

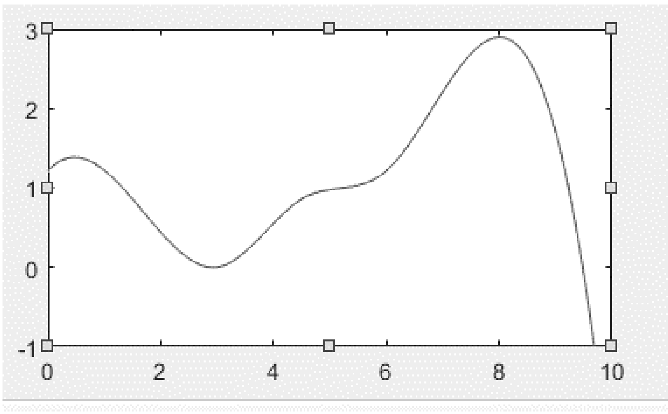

Рисунок 5 – Зависимости расходов U_1 при заданном P_{11}

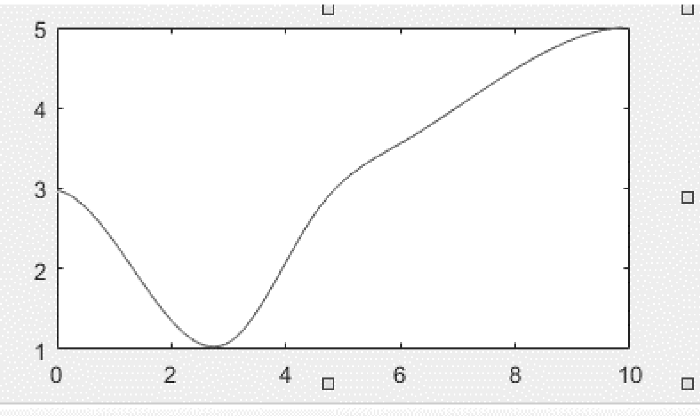

Рисунок 6 - Зависимости расходов U_4 при заданном P_{11}

Таким образом, получено, что значение расходов через сужающие устройства от заданных P11=1,85 и P11=2 имеет неравномерный, скачкообразный колебательный характер, а к U_4 приближается к 0.

Использованные источники:

1. Шорников Ю. В., Мяндин С. А. Компьютерное моделирование гидравлических систем // Молодой ученый. — 2017. — №22. — С. 104-110. — URL

2. Гартман Т.Н., Калинкин В.Н., Артемьева Л.И. Компьютерное моделирование простых гидравлических систем /Под общей редакцией д-ра техн. наук Т.Н. Гартмана.-М.:РХТУ им. Д.И. Менделеева, 2015.- 40 с.

3. Мызников А.М. Решение больших систем нелинейных уравнений применительно к задачам расчета гидравлических, тепловых и электрических сетей // Математические структуры и моделирование. Омск: Омский гос. ун-т., 2014, вып. 11, с. 15-19.